الوحدةُ الثانيةُ

٢

الدائرةُ

للهندسةِ أثرٌ كبيرٌ في حياةِ الإنسانِ وحضارتِهِ، فهيَ عنصرٌ أساسٌ منْ عناصرِ تطويرِ حياتِهِ وصناعاتِهِ وحضارتِهِ، وتعدُّ الدائرةُ منْ أكثرِ الأشكالِ الهندسيّةِ استخدامًا في الحياةِ العمليةِ: في الصناعاتِ، والإنشاءاتِ الهندسيةِ، وحركاتِ المركباتِ الفضائيةِ، والتصاميمِ الزخرفيةِ والفنيةِ، والملاحةِ، والفلكِ؛ وذلكَ لما للدائرةِ منْ عناصرَ وخصائصَ، تميزُها عنْ كثيرٍ منَ الأشكالِ الهندسيّةِ الأخرَى.

لذلكَ اهتمَّ العلماءُ منذُ القدمِ بالدائرةِ، وخصائصِها، وتطبيقاتِها، في شتَّى المجالاتِ، ودرسُوا محيطَها، ومساحتَها والنسبةَ التقريبيّةَ، ومماساتِها، واستخدَمُوها في مجالاتِ العلومِ المختلفةِ، والحياةِ المتنوعةِ.

The Circle

يتوقعُ من الطالبِ بعدَ نهايةِ هذهِ الوحدةِ، أن يكونَ قادرًا على:

- استكشافِ خصائصَ هندسيةٍ عنِ الدائرةِ تتضمنُ:
  - أوتارَ الدائرةِ.
  - الزوايا المحيطيّةَ، والزوايا المركزيّةَ.
  - مماساتِ الدائرةِ.
  - الزاويةَ المماسيةَ.
  - الأشكالَ الرباعيةَ الدائريةَ.
- إثباتِ نظرياتٍ هندسيةٍ على الدائرةِ تتضمنُ الزوايا والأوتارَ والمماساتِ.
- حلِّ مسائلَ على الدائرةِ، وخصائصِها، والمماساتِ، والشكلِ الرباعيِّ الدائريِّ.

الفصلُ الأولُ

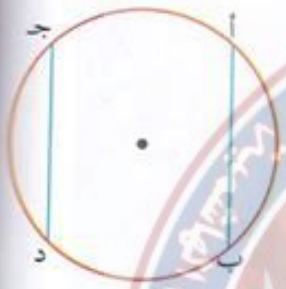
أوتارُ الدائرةِ

Chords

النتاجاتُ

- تستنتجُ مبرهناتٍ تتعلقُ بأوتارِ الدائرةِ وتبرهنُها.
- توظّفُ مبرهناتِ أوتارِ الدائرةِ في مواقفَ حياتيةٍ.

يمثلُ الشكلُ (٢-١) إطارًا معدنيًا دائريَّ الشكلِ، طولُ نصفِ قطرهِ ٢٠ سم، أرادَ ماهرٌ تقويتَهُ بإضافةِ القطعتيْنِ المعدنيتيْنِ المتوازيتيْنِ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$، بحيثُ تبتعدُ كلٌّ منهما عنِ المركزِ ١٢سم، ساعِدْ ماهرًا في إيجادِ طولِ كلٍّ منهُما.

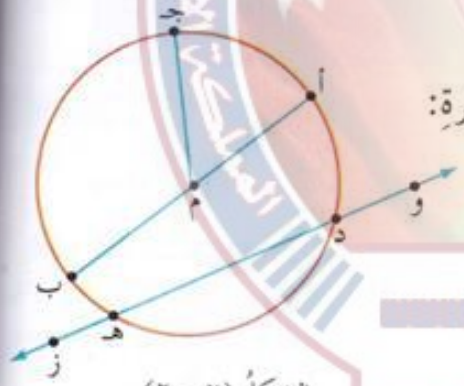


الشكلُ (٢ - ١)

تدريبُ (٢-١)

يمثلُ الشكلُ (٢-٢) دائرةً مركزُها م ، عيّنْ على هذهِ الدائرةِ:

١) قطرًا
٢) ثلاثةَ أنصافِ أقطارٍ.
٣) وترَيْنِ.
٤) قاطعًا.
٥) ثلاثةَ أقواسٍ.



الشكلُ (٢ - ٢)

تذكّرْ

- **نصفُ قطرِ الدائرةِ:** هوَ القطعةُ المستقيمةُ الواصلةُ بينَ مركزِ الدائرةِ ونقطةٍ عليها.
- **الوترُ:** هوَ القطعةُ المستقيمةُ الواصلةُ بينَ نقطتيْنِ على الدائرةِ.
- **القطرُ:** هوَ وترُ الدائرةِ المارُّ بمركزِها، وهوَ أطولُ وترٍ في الدائرةِ.
- **القاطعُ:** هوَ المستقيمُ الذي يحتوي وترًا في الدائرةِ.
- **القوسُ:** هوَ جزءٌ منَ الدائرةِ، محصورٌ بينَ نقطتيْنِ عليْها.

يرمزُ للقطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{أب}}$ بالرمزِ $\overline{\text{أب}}$ ، ولطولِ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{أب}}$ بالرمزِ أب.

نشاطُ (٢ – ١)

١) أ) أرسمْ دائرةً مركزُها (م)

ب) أرسمْ وترًا $\overline{\text{أب}}$، لا يمرُّ بالمركزِ.

جـ) أرسمِ القطعةَ المستقيمةَ $\overline{\text{م جـ}}$، التي تعامدُ الوترَ $\overline{\text{أب}}$ في جـ.

د) جدْ كلًّا منْ أجـ ، ب جـ ، ماذا تلاحظُ؟

٢) أ) أرسمْ دائرةً مركزُها (ن).

ب) أرسمْ وترًا $\overline{\text{س ص}}$، لا يمرُّ بالمركزِ.

جـ) عينِ النقطةَ ع، التي تمثلُ منتصفَ الوترِ $\overline{\text{س ص}}$. أرسمْ $\overline{\text{ن ع}}$.

د) جدْ قياسَ الزاويةِ ن ع س ماذا تلاحظُ؟

٣) أ) أرسمْ دائرةً مركزُها (ل).

ب) أرسمْ وترًا $\overline{\text{د هـ}}$، لا يمرُّ بالمركزِ.

جـ) عينِ النقطةَ و، التي تمثلُ منتصفَ الوترِ $\overline{\text{د هـ}}$.

د) أرسمْ منَ النقطةِ و العمودَ $\overleftrightarrow{\text{و ز}}$ على الوترِ $\overline{\text{د هـ}}$، حددْ أينَ يقعُ مركزُ الدائرةِ بالنسبةِ للعمودِ $\overleftrightarrow{\text{و ز}}$. ماذا تلاحظُ؟

مبرهنةُ (٢ – ١)

١) العمودُ النازلُ منْ مركزِ الدائرةِ على أيِّ وترٍ فيها، ينصِّفُهُ.

٢) المستقيمُ الواصلُ بينَ مركزِ الدائرةِ، ومنتصفِ وترٍ فيها غيرِ مارٍّ بالمركزِ، يعامدُ الوترَ.

٣) العمودُ المقامُ منْ منتصفِ وترٍ في الدائرةِ، يمرُّ بمركزِها.

لإثباتِ صحةِ الفرعِ (١) منْ مبرهنةِ (٢–١) نتّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

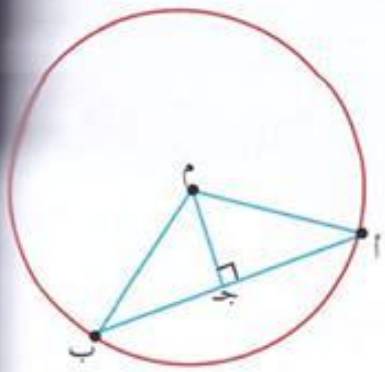
١- المعطياتُ

$\overline{\text{أب}}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها م، القطعةُ المستقيمةُ $\overline{\text{م جـ}}$ تعامدُ الوترَ $\overline{\text{أب}}$ في جـ، انظرِ الشكلَ (٢–٣)

٢- المطلوبُ

إثباتُ أنَّ $\overline{\text{م جـ}}$ تنصِّفُ الوترَ $\overline{\text{أب}}$.

٣- البرهانُ



الشكلُ (٢ – ٣)

أرسمْ نصفَيْ القطرَيْن $\overline{\text{م أ}}$، $\overline{\text{م ب}}$، فيتكونُ المثلثانِ

م أ جـ ، م ب جـ، كمَا في الشكلِ (٢ – ٣)، فيهِما:

م أ = م ب (كلٌّ منهُما يساوِي طولَ نصفِ قطرِ الدائرةِ)

م جـ = م جـ (م جـ ضلعٌ مشتركٌ)

قياسُ ∡ م جـ أ = قياسُ ∡ م جـ ب (قائمتانِ بالفرضِ)

فيتطابقُ المثلثانِ م أجـ، م ب جـ بضلعٍ ووترٍ وقائمةٍ ، وينتجُ منَ التطابقِ أنَّ :

أجـ = ب جـ ، أيْ أنَّ $\overline{\text{م جـ}}$ تنصفُ الوترَ $\overline{\text{أب}}$. (وهوَ المطلوبُ)

سنعبِّرُ – في هذهِ الوحدةِ – عنْ (قياسِ الزاويةِ أ ب جـ) بالرمزِ (ق ∡ أ ب جـ)

تدريبُ (٢-٢)

١) برهِنْ أنَّ المستقيمَ الواصلَ بينَ مركزِ الدائرةِ ومنتصفِ وترٍ فيها غيرِ مارٍ بالمركزِ ، يعامدُ الوترَ.

٢) برهِنْ أنَّ العمودَ المقامَ منْ منتصفِ وترٍ في الدائرةِ ، يمرُّ بمركزِها.

تذكَّرْ

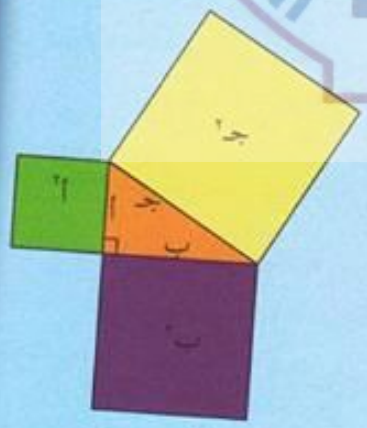
مبرهنةُ فيثاغورسَ

في المثلثِ القائمِ الزاويةِ، مساحةُ المربعِ المنشأِ على الوترِ يساوِي مجموعَ مساحتَيْ المربعيْنِ المنشأيْنِ على الضلعيْنِ الآخريْنِ.

الشكلُ(٢-٤) يوضِّحُ مبرهنةَ فيثاغورسَ، فيكونُ:

مربعُ طولِ الوترِ = مجموعَ مربعَيْ طولَيْ الضلعيْنِ الآخريْنِ أيْ أنَّ:

$\text{جـ}^2 = \text{أ}^2 + \text{ب}^2$



الشكلُ (٢ – ٤)

مثال (٢-١)

$\overline{\text{س ص}}$ وتر في دائرةٍ مركزُها م، وطولُ قطرِها (١٠) سم، القطعةُ المستقيمةُ $\overline{\text{م ل}}$ تعامدُ الوترَ $\overline{\text{س ص}}$ في النقطةِ ل، إذا كانَ م ل = ٤سم، جدْ س ص.

الحل

$\overline{\text{م ل}}$ تعامدُ الوترَ $\overline{\text{س ص}}$ منَ المركزِ م ، فتكونُ $\overline{\text{م ل}}$ منصفةً للوترِ $\overline{\text{س ص}}$ (مبرهنة (٢-١)).

كما في الشكلِ (٢ - ٥)

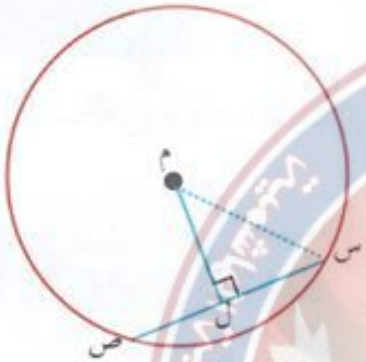
$\overline{\text{م س}}$ = طولَ نصفِ قطرِ الدائرةِ = ٥سم

المثلث س ل م قائمُ الزاويةِ في ل.

$(\text{م س})^2 = (\text{م ل})^2 + (\text{س ل})^2$ (مبرهنةُ فيثاغورسَ)

$25 = 16 + (\text{س ل})^2$، ومنهُ س ل = ٣سم

فيكونُ س ص = ٢ × س ل = ٦سم



الشكلُ (٢ - ٥)

مثال (٢-٢)

$\overline{\text{أ ب}}$ وتر في دائرةٍ مركزُها م، وطولُ نصفِ قطرِها (١٣) سم، $\overline{\text{م جـ}}$ نصفُ قطرٍ في الدائرةِ، ينصفُ الوترَ $\overline{\text{أ ب}}$ في النقطةِ د، فإذا كانَ أ ب = ١٠ سم، فجِدْ دجـ.

مثال (٢-٣)

$\overline{\text{ك ل}}$ وتر في دائرةٍ مركزُها م، النقطةُ س منتصفُ الوترِ $\overline{\text{ك ل}}$، ق ∠ ل م س = ٣٥°، جدْ ق ∠ م ل س.

الحل

بما أنَّ $\overline{\text{م س}}$ تنصفُ الوترَ $\overline{\text{ك ل}}$ منَ المركزِ م، فإنَّ $\overline{\text{م س}}$ تعامدُ الوترَ $\overline{\text{ك ل}}$ (مبرهنة (٢-١))، فيكونُ المثلث م س ل قائمَ الزاويةِ في س.

ق ∠ م ل س = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٥°) (لماذا؟)

ق ∠ م ل س = ٥٥°.

تدريبُ ٢-٤

$\overline{\text{س ص}}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها (م) وطولُ نصفِ قطرِها (٥) سم ، النقطةُ أ منتصفُ $\overline{\text{س ص}}$، أُقيمَ العمودُ $\overline{\text{أب}}$ على $\overline{\text{س ص}}$، فقطعَ الدائرةَ في النقطةِ ب على القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{س ص}}$، فإذا كانَ س ص = ٨ سم ، فجدْ أب.

تدريبُ ٢-٥

حُلَّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ .

فكِّرْ

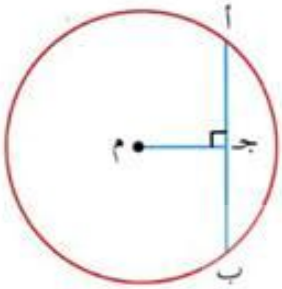
١) أرادتْ سارةُ أنْ ترسمَ أكبرَ دائرةٍ داخلَ مربعٍ، معلومٍ طولُ ضلعِهِ، فقامتْ بتنصيفِ أضلاعِ المربعِ، ثمَّ وصلتْ بينَ منتصفَيْ كلِّ ضلعيْنِ متقابليْنِ، بقطعتيْنِ مستقيمتيْنِ، فتقاطَعتَا في النقطةِ م، ركزَتِ الفرجارَ في النقطةِ م، وفتحتْهُ فتحةً مساويةً للبعدِ بينَ النقطةِ م، ونقطةِ منتصفِ أحدِ الأضلاعِ ، ورسمتْ دائرةً.

هل ما قامتْ به سارةُ صحيحٌ؟ برِّرْ إجابتَكَ.

٢) أحضرَ يمانُ جزءًا منْ صحنٍ دائريٍّ مكسورٍ، وتحدّى أخاهُ ريّانَ أنْ يحدِّدَ مستقيمًا يحتوي قطرًا لهذا الصحنِ، فهلْ لكَ أنْ تساعدَ ريّانَ؟

الأسئلةُ

١) في الشكلِ (٢-٦)، دائرةٌ، مركزُها م، $\overline{\text{م جـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$،
$\overline{\text{م أ}}$ = ١٥ سم، $\overline{\text{م جـ}}$ = ٩ سم، جِدْ أب.



الشكلُ (٢ - ٦)

٢) $\overline{\text{م ن}}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها ع ، طولُهُ (١٠) سم، النقطةُ س منتصفُ $\overline{\text{م ن}}$، فإذا كانَ ع س = ١٠سم ، فجِدْ طولَ نصفِ قطرِ الدائرةِ .

٣) $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{جـ د}}$ وتران في دائرةٍ مركزُها م، غيرُ مارَّيْنِ بالمركزِ، ويتقاطعانِ في النقطةِ و، إذا كان ق ∡ أ و د = ٦٠°، وكانتْ م تقعُ داخلَ الزاويةِ الحادةِ جـ و ب، س منتصفُ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص منتصفُ $\overline{\text{جـ د}}$، أثبتْ أنَّ: ق ∡ س م ص = ١٢٠°.

٤) $\overline{\text{ك ل}}$ وترٌ في دائرةٍ ، طولُهُ (١٢)سم ، ويبعدُ عنْ مركزِها (٣) سم، $\overline{\text{ك ع}}$ وترٌ آخرُ في الدائرةِ نفسِها، ويبعدُ عنْ مركزِها ٦ سم، جِدْ ك ع.

٥) $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ وترانِ في دائرةٍ مركزُها م ، ومتساويانِ في الطولِ ، أثبتْ أنَّ لهُما البعدَ نفسَهُ عنْ م.

٦) اعتمادًا على المبرهنةِ (٢-١)، كيفَ تحددُ مركزَ دائرةٍ تمرُّ برؤوسِ المثلثِ س ص ع؟

٧) نافذةُ مسجدٍ مصممةٌ على شكلِ قوسِ دائرةٍ ،طولُ قطرِها ٥ أمتارٍ، فإذا كانَ ارتفاعُ قوسِ النافذةِ فوقَ منتصفِ قاعدتِها يساوي ١,٥ مترًا، فجدْ عرضَ قاعدةِ النافذةِ.

الفصلُ الثّاني

الزاويةُ المركزيّةُ والزاويةُ المحيطيّةُ

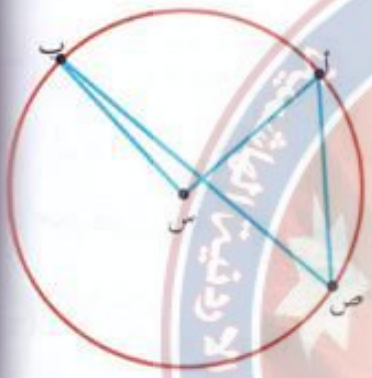
Central Angle and Inscribed Angle

النتاجاتُ

- تتعرفُ الزاويةَ المركزيّةَ والزاويةَ المحيطيّةَ.
- تبرهنُ مبرهناتٍ على الزاويةِ المركزيّةِ والزاويةِ المحيطيّةِ.
- تحلُّ مسائلَ على الزاويةِ المركزيةِ والزاويةِ المحيطيّةِ.

الشكلُ (٢ – ٧) يمثلُ موقعَ سيارتيْنِ أ ، ب على مضمارٍ دائريٍّ، تُرصدانِ من نقطتيْنِ، الأولى س، التي تمثلُ مركزَ المضمارِ، والثانيةُ ص، على المضمارِ، بحيثُ تُقاسُ كلٌّ منَ الزاويتيْنِ أس ب ، أص ب.

ما العلاقةُ بينَ قياسَيْ هاتيْنِ الزاويتيْنِ ؟



الشكلُ (٢ – ٧)

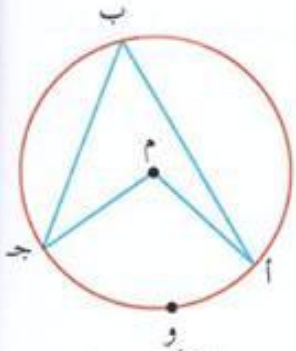
تعريفٌ

الزاويةُ المركزيّةُ: هيَ الزاويةُ التي يقعُ رأسُها في مركزِ الدائرةِ، وضلعاها يحتويانِ أنصافَ أقطارٍ.

الزاويةُ المحيطيّةُ: هيَ الزاويةُ التي يقعُ رأسُها على محيطِ الدائرةِ، وضلعاها يحتويانِ وترَيْنِ في الدائرةِ.

في الشكلِ (٢–٨) الزاويةُ أم جـ زاويةٌ مركزيةٌ، والزاويةُ أب جـ زاويةٌ محيطيةٌ، وهما مرسومتانِ على قوسٍ واحدٍ $\overset{\frown}{\text{أ و جـ}}$.

ناقشْ زميلَكَ: لماذا تُعدُّ الزاويةُ أب جـ زاويةً محيطيّةً؟ ولماذا تُعدُّ الزاويةُ أم جـ زاويةً مركزيةً؟



الشكلُ (٢ – ٨)

نشاط (٢-٢)

ارسم دائرةً مركزُها م، وطولُ نصفِ قطرِها (٥)سم.

ارسم نصفَي القطرَيْنِ $\overline{\text{أم}}$ ، $\overline{\text{ب م}}$ ، بحيثُ يكونُ ق ∡ أم ب = ١٢٠°.

ارسم الزاويةَ المحيطيةَ أ جـ ب، المرسومةَ على القوسِ $\overset{\frown}{\text{أب}}$.

استخدم المنقلةَ في قياسِ الزاويةِ أجـ ب.

ما العلاقةُ بينَ قياسِ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ أم ب، أجـ ب؟

كرِّرِ النشاطَ مستخدمًا قياساتٍ مختلفةً للزاوية أ م ب، ماذا تلاحظُ؟

مبرهنة (٢-٢)

قياسُ الزاويةِ المركزيةِ يساوي مثلَيْ قياسِ الزاويةِ المحيطيةِ المرسومةِ على القوسِ نفسِهِ.

المعطيات

∡ أم ب زاويةٌ مركزيةٌ ، ∡أجـ ب زاويةٌ محيطيةٌ ، مرسومتانِ على القوسِ $\overset{\frown}{\text{أ و ب}}$، الشكلُ (٢-٩)

المطلوب

إثباتُ أنَّ: ق ∡ أم ب = ٢ق ∡ أ جـ ب.

البرهانُ

صِلْ $\overline{\text{جـ م}}$ ،ومُدَّهُ إلى د.

المثلثُ أ م جـ متطابقُ الضلعيْنِ ، فيهِ م أ = م جـ.

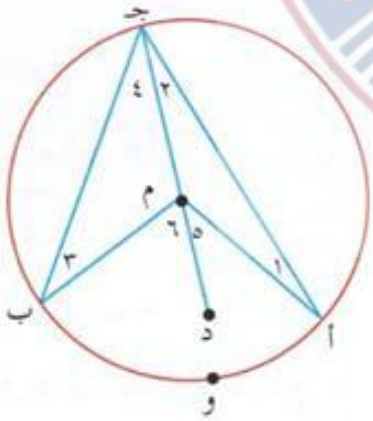
ق ∡ ١ = ق ∡ ٢ (زاويتا القاعدةِ في مثلثٍ متطابقِ الضلعيْنِ)

∡ ٥ زاوية خارجةٌ للمثلثِ أم جـ

إذًا ق ∡ ٥ = ق ∡ ١ + ق ∡ ٢

ق ∡ ٥ = ٢ق ∡ ٢

بالمثلِ، يمكنُ إثباتُ أنَّ ق ∡ ٦ = ٢ق ∡ ٤



الشكلُ (٢-٩)

لكنَّ ق ∢ أ م ب = ق ∢ ٥ + ق ∢ ٦ التبريرُ: .....

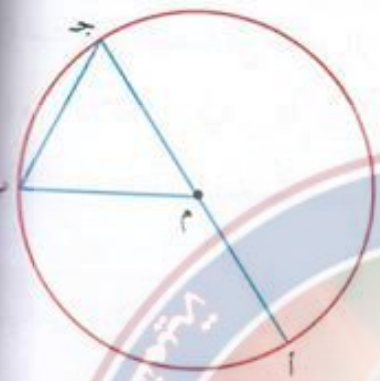
= ٢ق ∢ ٢ + ٢ق ∢ ٤ التبريرُ: .....

= ٢(ق ∢ ٢ + ق ∢ ٤)

= ٢ق ∢ أ جـ ب. (وهوَ المطلوبُ)

تدريبُ (٢-٦)

برهنِ المبرهنةَ (٢-٢)، إذا كانَ أحدُ ضلعَي الزاويةِ المحيطيةِ قطرًا في الدائرةِ، كما في الشكلِ (٢-١٠)



الشكلُ (٢-١٠)

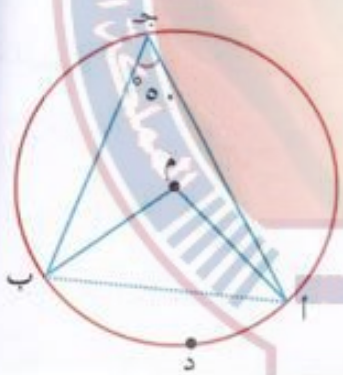
تدريبُ (٢-٧)

اثبتْ أنَّ الزاويةَ المحيطيةَ المرسومةَ على قطرِ الدائرةِ قائمةٌ.

مثالُ (٢-٣)

في الشكلِ (٢-١١)، م مركزُ الدائرةِ، جدْ قياسَ كلٍّ مِنْ:

∢ أ م ب ، ∢ أ ب م.



الشكلُ (٢-١١)

الحلُّ

∢ أ م ب، ∢ أ جـ ب مركزيةٌ ومحيطيةٌ، مرسومتانِ على القوسِ $\overset{\frown}{\text{أ د ب}}$

ق ∢ أ م ب = ١٠٠° التبريرُ: .....

ق ∢ أ ب م = ق ∢ ب أ م التبريرُ: .....

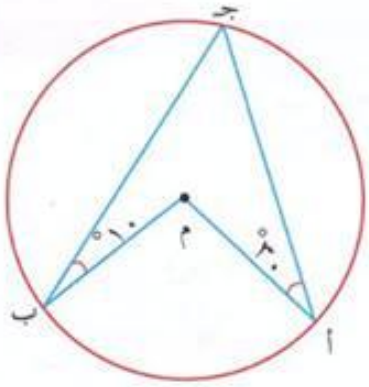
ق ∢ أ ب م = $\frac{١}{٢}$ (١٨٠° − ١٠٠°) التبريرُ: .....

= ٤٠°

تمرين (٢-٨)

في الشكلِ (٢-١٢) دائرةٌ مركزُها م.

جد ق∠ أ م ب.



الشكلُ (٢ - ١٢)

نشاطٌ (٢ -٣)

١ ارسمْ دائرةً مركزُها م.

٢ حدِّدِ القوسَ أجـ ب على الدائرةِ .

٣ ارسمِ الزوايا المحيطيةَ أس ب، أص ب، أع ب، المقابلةَ للقوسِ أجـ ب.

٤ استخدمِ المنقلةَ في قياسِ كلٍّ منَ الزوايا أس ب ، أص ب ،أع ب، ماذا تلاحظُ؟

٥ ارسمِ الزاويةَ المركزيةَ أ م ب.

٦ ما علاقةُ كلٍّ منَ الزوايا أ س ب، أ ص ب، أ ع ب، بالزاويةِ أ م ب؟

ملاحظة (٢ - ٣)

الزاويتانِ المحيطيتانِ المرسومتانِ على قوسٍ واحدٍ في الدائرةِ متساويتانِ في القياسِ .

تمرين (٢-٩)

برهنِ المبرهنةَ (٢-٣)

حل (٢-٤)

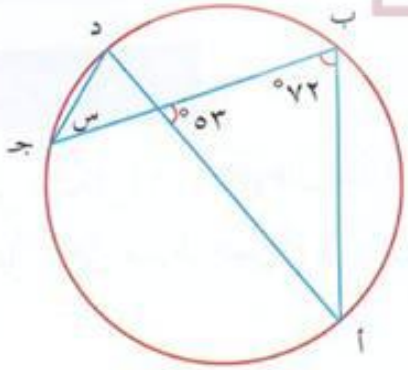
جد قيمةَ س في الشكلِ (٢-١٣)

الحلُّ

ق∠ ب جـ د = ق∠ ب أ د التبريرُ: .....

س = ١٨٠° - (٧٢° + ٥٣°) التبريرُ: .....

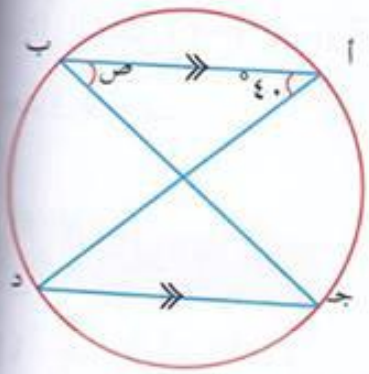
س = ٥٥°



الشكلُ (٢ - ١٣)

مثالُ (٢-٥)

في الشكلِ (٢-١٤)، $\overline{أب}$ // $\overline{جـ د}$، جدْ قيمةَ ص.



الشكلُ (٢ - ١٤)

الحلُّ

ق∡ أ د جـ = ق∡ د أ ب التبريرُ: .....

= ٤٠°

ق∡ أ ب جـ = ق∡ أ د جـ التبريرُ: .....

ص = ٤٠°

تدريبُ (٢-١٠)

يمثلُ الشكلُ (٢-١٥) دائرةً مركزُها م، أب = س ص، أثبتْ أنَّ ق∡ أ جـ ب = ق∡ س ع ص.

الشكلُ (٢ - ١٥)

إرشادٌ: ارسمْ أنصافَ الأقطارِ $\overline{أم}$، $\overline{ب م}$، $\overline{س م}$، $\overline{ص م}$.

ابحثْ في تطابقِ المثلثينِ أم ب، س م ص.

استخدمْ مبرهنةَ (٢ - ٢).

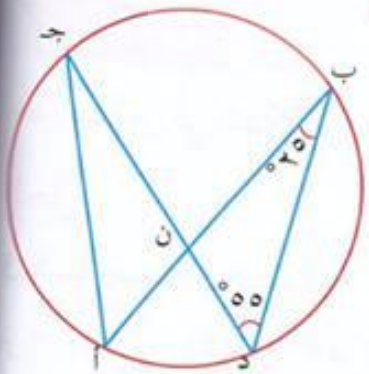
بصورةٍ عامةٍ

الزوايا المحيطيةُ المرسومةُ على أوتارٍ متطابقةٍ (أو أقواسٍ متطابقةٍ) تتساوى في القياسِ.

تدريبُ (٢-١١)

في الشكلِ (٢-١٦)، قالَ عبدُ الرحمنِ إنَّ: ق∡ جـ ن أ = ٧٠°

هلْ توافقُ عبدَ الرحمنِ أمْ لا؟ برِّرْ إجابتَكَ.



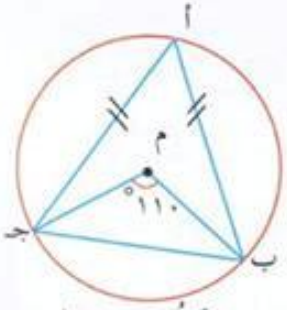
الشكلُ (٢ - ١٦)

الأسئلة

١) في الشكلِ (٢-١٧)، دائرةٌ مركزُها م، أب = أجـ ، جدْ قياسَ كلٍّ منْ:

أ) ∢ب أجـ

ب) ∢أب م

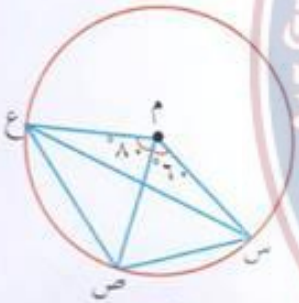


الشكلُ (٢ - ١٧)

٢) في الشكلِ (٢-١٨)، جدْ قيمةَ كلٍّ منْ: س، ص.

الشكلُ (٢ - ١٨)

٣) في الشكلِ (٢-١٩)، دائرةٌ مركزُها م، احسبْ قياساتِ زوايا المثلثِ س ص ع.

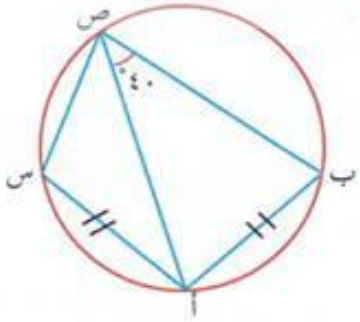


الشكلُ (٢ - ١٩)

٤) $\overline{أب}$ قطرٌ في دائرةٍ، جـ نقطةٌ على الدائرةِ، بحيثُ إنَّ:

ق ∢أ ب جـ = ٤٠° ، جدْ قياسَ ∢ب أجـ .

٥) في الشكلِ (٢-٢٠)، أ ب = أس، جِدْ ق ∢س ص ب.



الشكلُ (٢ - ٢٠)

٦) $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{ع ل}}$ ، وترانِ متقاطعانِ داخلَ دائرةٍ في النقطةِ و، بحيث إنَّ ع ص = ٩سم ، ص و = ٦سم ، س ل = ٣سم، جِدْ طولَ ل و.

٧) $\overline{\text{أب}}$، $\overline{\text{جـ د}}$، وترانِ متقاطعانِ داخلَ دائرةٍ في النقطةِ و:

أ) أثبتْ أنَّ: و أ × و ب = و جـ × و د.

ب) إذا كانَ و أ = ٤سم، وب = ٦سم، و د = ١٢سم، جِدْ قيمةَ كلٍّ منْ: و جـ ،جـ د

جـ) إذا كانَ و أ = ٣سم، و ب = ٦سم، جـ د = ١١سم، جدْ قيمةَ كلٍّ منْ: و جـ ، و د

صقر الجنوب
المملكة الأردنية الهاشمية